

6.

Recta en el plano*

1. Halla las pendientes de las rectas

(a) $2x - 7y + 5 = 0$ (b) $y = -5/2$
(c) $x = -2/3$ (d) $x = -y - 1$

2. Encuentra las ecuaciones de las rectas determinadas por los siguientes pares de puntos; a ser posible, sin usar fórmula alguna.

(a) $(5, -2)$ y $(5, 2)$. (b) $(1, 6)$ y $(2, 12)$.
(c) $(4, 4)$ y $(-1, -1)$. (d) $(5, -1)$ y $(3, 3)$.

3. Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas calculando el punto de corte para las rectas secantes:

(a) $x - 7y + 5 = 0$, (b) $y = -5/2$,
 $x = -5/2$. $y = 1$.
(c) $4x - 6y + 8 = 0$, (d) $y = 2x - 1$,
 $6x - 9y + 12 = 0$. $10x - 5y - 1 = 0$.

4. Halla, cuando proceda, los ángulos que forman los pares de rectas del ejercicio anterior.

5. Encuentra el valor de m , sabiendo que las rectas

$$y = x + 2, \quad y = mx - 2 \quad \text{y} \quad 5x - 2y - 11 = 0.$$

se cortan en un mismo punto.

6. Encuentra las ecuaciones de las rectas en los siguientes supuestos:

- (a) Pasa por los puntos $(1, -1/2)$ y $(2/3, 1)$.
- (b) Pasa por el punto $(3, 0)$ y tiene pendiente 2.
- (c) Tiene pendiente -3 y su ordenada en el origen es -5.
- (d) Es vertical y pasa por el punto $(-8, -1)$.
- (e) Pasa por el punto $(1, -1/2)$ y es paralela a la recta $2x - 5y - 7 = 0$.
- (f) Pasa por el punto $(-1/3, 5)$ y es paralela a la recta que une los puntos $(-1, 7)$ y $(2, -1/7)$.
- (g) Pasa por el punto $(-9, 7)$ y es perpendicular a la recta $2x - 5y - 7 = 0$.

*Estos ejercicios han sido extraídos del libro de bachillerato MATEMÁTICAS I de la EDITORIAL LA Ñ, cuyos autores son Francisco Benítez, Juan Luis Romero, Eloy Fernández, José Manuel Díaz, Alfredo Domínguez y Octavio Ariza. Se recomienda su lectura para la realización de estos ejercicios.

- (h) Pasa por el punto $(2, -2)$ y es perpendicular a la recta $x = -1$.
 - (i) Pasa por el punto $(1, 4)$ y forma 45° con la recta $2x - y + 3 = 0$.
7. Dadas las rectas $r : 2x - 3y - 5 = 0$, $s : 3x + y - 6 = 0$ y $t : ax + 2y - 5 = 0$,
- (a) Halla a para que s y t sean paralelas.
 - (b) Halla a para que r y t sean perpendiculares.
 - (c) Halla a para que r , s y t pasen por el mismo punto.
 - (d) Halla a para que s y t formen 45° .
8. Dada la recta r de ecuación $ax + by - 3 = 0$
- (a) Halla a y b para que pase por $(1, 1)$ y sea paralela a $y = 2x + 1$.
 - (b) Halla a y b para que pase por $(1, 1)$ y sea perpendicular a $y = 2x + 1$.
9. Halla el ángulo que forma cada una de las siguientes rectas con el eje OX :
- (a) $7x - 2y + 150 = 0$ (b) $y = -5/2x - 1$ (c) $x = -2/3$
10. Halla los ángulos del triángulo cuyos vértices son $(1, 1)$, $(-1, 2)$ y $(0, -2)$.
11. Halla las coordenadas del triángulo formado con los puntos medios del triángulo de vértices $(2, -2/3)$, $(3/5, 1)$ y $(5, 9)$. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de ambos triángulos?
12. Dados los puntos $A(1, 1)$, $B(2, 5)$ y $C(7, 7)$, halla las coordenadas de un punto D sabiendo que $ABCD$ es un paralelogramo y AB y BC son dos de sus lados.
13. Halla el área del paralelogramo del ejercicio anterior.
14. Determina si el triángulo $A(-2, 1)$, $B(2, -3)$ y $C(5, 4)$ es equilátero, isósceles o escaleno hallando sus lados.
15. Determina si el triángulo $A(-2, 1)$, $B(2, -3)$ y $C(5, 4)$ es equilátero, isósceles o escaleno hallando sus ángulos.
16. Si los puntos $(4, 0)$, $(2, 2)$ y $(6, 2)$ son los vértices de un cuadrado, ¿cuál es el otro vértice?
17. Si los puntos $(2, -2)$ y $(5, 1)$ son dos vértices opuestos de un cuadrado, ¿cuáles son los otros vértices?
18. Halla las tres mediatrices del triángulo de vértices $A(-2, 1)$, $B(2, -3)$ y $C(5, 4)$. Comprueba que las tres se cortan en un mismo punto (circuncentro), ¿qué propiedad tiene este punto?
19. Encuentra la recta perpendicular a la recta r de ecuación $2x - y + 8 = 0$, que pasa por el punto $P(3, -2)$. Halla el punto de intersección de la perpendicular con la recta r . Halla la distancia entre este punto y el punto P y comprueba que ésta es la distancia entre el punto P y la recta r .
20. Determina el simétrico del punto $P(3, -2)$ respecto de la recta $2x - y + 8 = 0$.
21. Halla el área del triángulo determinado por las siguientes rectas:
- $$y = x + 2, \quad y = 2 \quad \text{y} \quad 5x - 2y - 11 = 0.$$
22. Para el triángulo de vértices $A(-2, 1)$, $B(2, -3)$ y $C(5, 4)$ halla las ecuaciones de las rectas que unen cada vértice con el punto medio del lado opuesto (medianas). Comprueba que estas rectas se cortan en un único punto (baricentro). Comprueba que la abscisa del baricentro es un tercio de la suma de las abscisas de los vértices y que lo mismo ocurre con la ordenada.

23. Para el triángulo de vértices $A(-2, 1)$, $B(2, -3)$ y $C(5, 4)$ halla las ecuaciones de las rectas que contienen las alturas. Comprueba que estas rectas se cortan en un único punto (ortocentro).
24. Comprueba que los puntos $A(-3, 1)$, $B(-1, -3)$, $C(1, 5)$ y $D(5, 3)$ son los vértices de un trapecio y los lados AC y BD son sus bases. Halla la longitud de sus bases y calcula el área del trapecio.
25. En el trapecio del ejercicio anterior halla la distancia entre los puntos medios de los lados AB y CD . Comprueba que esta distancia es la semisuma de las bases.
26. Considera el cuadrilátero cuyos vértices consecutivos son $A(-1, 3)$, $B(1/3, -1)$, $C(5, 6)$ y $D(4, 8)$.
- (a) Halla la longitud de sus diagonales.
 - (b) Halla los lados del cuadrilátero que se obtiene uniendo los puntos medios de los lados del cuadrilátero $ABCD$, ¿ves alguna relación con la longitud de las diagonales halladas en el apartado anterior?, ¿es el nuevo cuadrilátero un paralelogramo?
 - (c) ¿Al unir los puntos medios de cualquier cuadrilátero se obtiene siempre un paralelogramo?
27. Halla la recta que equidista de las rectas $2x - y - 3 = 0$ y $-6x + 3y + 2 = 0$.
28. Halla las rectas que equidistan 8 unidades de $2x - 5y - 3 = 0$.
29. Si $A(0, 0)$ y $B(2, 0)$ son dos vértices de un triángulo equilátero ABC :
- (a) Halla el vértice C sabiendo que está en el primer cuadrante.
 - (b) Comprueba que la suma de las distancias de cualquier punto interior a los lados del triángulo es la altura de éste.
 - (c) ¿Es esto cierto para cualquier triángulo equilátero?